Протокол

по проверке работ письменного экзамена по алгебре и началам анализа претендующих на знак «Алтын белгі»

КГУ „Областная специализированная школа-
(наименование школы)
интернат №4 для одаренных детей „Болашак" г. Степногорск
(наименование города (села)
управления образования Акмолинской области
(наименование района)
Акмолинской области Республики Казахстан

экзаменационные работы по алгебре и началам анализа, претендующих на знак «Алтын белгі» поступили в _____ час. ____ мин.
Экзаменационный материал, прилагается к настоящему протоколу.

По результатам проверки работ письменного экзамена по алгебре и началам анализа, претендующих на знак «Алтын белгі» выставлены следующие оценки:

№	Фамилия, имя экзаменующегося	Выставленные баллы экзаменационной работы	Экзаменационная оценка (прописью)
1	Исупова Гамиля	60	5 (отлично)
2	Касенова Динара	60	5 (отлично)
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
12			

Особые мнения членов экзаменационной комиссии об полученных оценках отдельных обучающихся:____

Дата проведения экзамена "__" _________ 20__ г.

Дата внесения в протокол оценок "__" _________ 20__ г.

Председатель Комиссии:	подпись	Дюсенова Б.Б. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии;	подпись	Сулейменова А.Т. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии:	подпись	Курмангалиева Л.С. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии:	подпись	Туткабаева Б.Ж. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии:	подпись	Кожахметова С.Т. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии;	подпись	Хасеинова Б.Б. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии:	подпись	Абилхаирова Ж.Ж. *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии;	подпись	Тайтенова С.О *Ф.И.О. (при его наличии)*
член комиссии:	подпись	Сеитов О.М. *Ф.И.О. (при его наличии)*

Проверочный лист

Фамилия, имя ученика	Изотова Татьяна Ивановна
Район (город), школа	КГУ ОСШкол №4 „Болашак"
Баллы	60 баллов
Оценка (прописью)	5(отлично)
Рецензия	Работа выполнена в полном объеме, грамотно, с необходимыми пояснениями, формулами, выводами.
Фамилия,имя,отчество проверяющего учителя	Ильина Ирина Анатольевна

Место печати

Экзаменационный материал итоговой аттестации
Предмет: Алгебра и начала анализа
Направление: естественно-математическое по обновлённому содержанию образования
Название организации образования: КГУ ОСШИОД №4 „Болашак"
Класс: 11 **Литер:** А
ФИО обучающегося: Узунова Татьяна Шоновна

Часть А

На каждый вопрос даны пять вариантов ответа: **A, B, C, D** и **E**. Выберите **один** правильный ответ, поставив галочку (✓) в соответствующей ячейке.

1 Найдите модуль комплексного числа $5-2i$.

A) 3
B) 7
C) $\sqrt{14}$
D) $\sqrt{21}$
E) $\sqrt{29}$

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☑ [1] ✓

2 Упростите выражение $\frac{x^{\frac{1}{3}}\cdot x}{\sqrt{x}}$.

A) $x^{\frac{1}{6}}$
B) $x^{\frac{2}{3}}$
C) $x^{\frac{5}{6}}$
D) $x^{\frac{7}{6}}$
E) $x^{\frac{4}{3}}$

A ☐ B ☐ C ☑ D ☐ E ☐ [1] ✓

3 Найдите множество значений функции $y=2-3\cos x$.

A) $[-5;5]$
B) $[-5;1]$
C) $[-3;3]$
D) $[-1;1]$
E) $[-1;5]$

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☑ [1] ✓

4 Вычислите i^{-22}.

A) -22
B) $-i$
C) -1
D) 1
E) i

A ☐ **B** ☐ **C** ☑ **D** ☐ **E** ☐ [1] ✓

5 Выберите однородный многочлен.

A) $-6x^3+11x^2y-5xy^3+12$
B) $7x^4+3x^3y-xy^3+4x^2y^2$
C) $-xy^2-x^2y+6y^2+x^2$
D) $x^3-7xy^2-7yx^2+y^3$
E) $x^5-7x^3y^2+2xy^4$

A ☐ **B** ☑ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ [1] ✓

6 Известно, что $x_0=2$ является корнем многочлена $P(x)=2x^4-5x^3+ax^2+6x-8$. Найдите значение a.

A) -13
B) -3
C) 1
D) $2{,}5$
E) 5

A ☐ **B** ☐ **C** ☑ **D** ☐ **E** ☐ **[1]** ✓

7 Решите систему неравенств $\begin{cases}\log_2 x > -3,\\ \log_3 x \le 2.\end{cases}$

A) $(-8;9]$
B) $(-6;6]$
C) $\left(\frac{1}{8};6\right]$
D) $\left(\frac{1}{8};9\right]$
E) $\left(\frac{1}{6};6\right]$

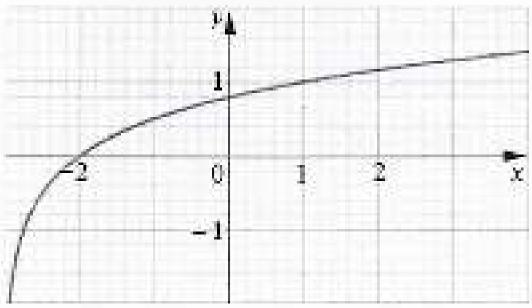
A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ **[1]** ✓

8 Вычислите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{2\operatorname{tg} x}$.

A) $\dfrac{1}{3}$
B) $\dfrac{1}{2}$
C) 0
D) 2
E) 3

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☑ [1] ✓

9 График какой функции показан на рисунке?



A) $y=\log_4(x+3)$
B) $y=\log_4(x-3)$
C) $y=\log_3(x+3)$
D) $y=\log_3 x-1$
E) $y=\log_2(x-3)$

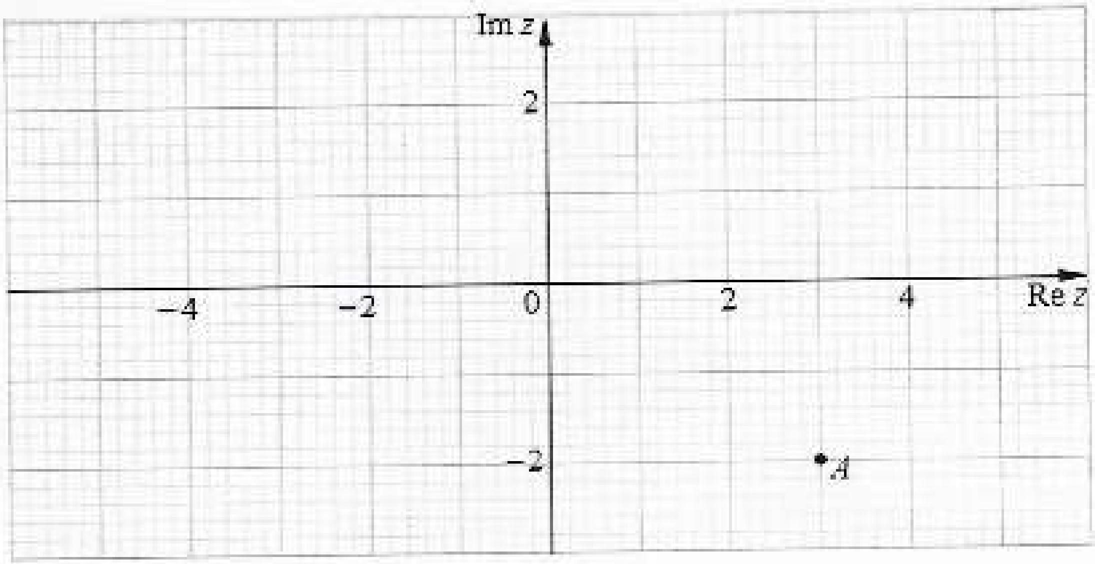
A ☑ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ [1] ✓

10 Решите неравенство $\sqrt[5]{3-x}<-2$.

A) $(35;+\infty)$
B) $(29;+\infty)$
C) $(13;+\infty)$
D) $(-\infty;-29)$
E) $(-\infty;-35)$

A ☑ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ [1] ✓

11 Какое число соответствует точке A на комплексной плоскости?



A) $-3+2i$
B) $-3-2i$
C) $-2+3i$
D) $2-3i$
E) $3-2i$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☑ **[1]**

12 Дано распределение дискретной случайной величины X.

X	0	2	4	5
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Вычислите математическое ожидание данной случайной величины.

A) 3,3
B) 3,5
C) 2,75
D) 0,71
E) 0,51

A ☑ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ **[1]**

13 Найдите асимптоты графика функции $y = \dfrac{2x+8}{x-5}$.

A) $x = -5;\ y = -4$
B) $x = -4;\ y = 2$
C) $x = -4;\ y = 5$
D) $x = 5;\ y = 2$
E) $x = 5;\ y = -4$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ **[1]** ✓

14 Укажите нечётную функцию.

A) $y = x^3 - \cos 2x$
B) $y = x^5 + \sin x$
C) $y = x^4 \cos x$
D) $y = x^7 + 3x^2$
E) $y = 4^x - \operatorname{tg} x$

A ☐ **B** ☑ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ **[1]** ✓

15 Даны функции: $f(x) = \dfrac{6}{x}$; $g(x) = \sqrt{4-x}$; $h(x) = \log_3 x$.
Укажите композицию $g(f(h(x)))$.

A) $g(f(h(x))) = \log_3 \dfrac{6}{\sqrt{4-x}}$
B) $g(f(h(x))) = \log_3 \sqrt{4 - \dfrac{6}{x}}$
C) $g(f(h(x))) = \sqrt{4 - \log_3 \dfrac{6}{x}}$
D) $g(f(h(x))) = \sqrt{4 - \dfrac{6}{\log_3 x}}$
E) $g(f(h(x))) = \dfrac{6}{\sqrt{4 - \log_3 x}}$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ **[1]** ✓

Часть B

Задания этой части требуют полное решение и ответ.

16 Дано уравнение $3x-\sqrt{x-2}-16=0$.

(a) Используя замену $\sqrt{x-2}=t$ покажите, что данное уравнение можно записать в виде $3t^2-t-10=0$.

Решение. Покажем, что уравнение $3x-\sqrt{x-2}-16=0$ можно записать в виде $3t^2-t-10=0$, используя замену $\sqrt{x-2}=t$. Возведем обе части уравнения $\sqrt{x-2}=t$ в квадрат, таким образом выразим из него x. Получим $x-2=t^2$, $x=t^2+2$. Подставим выведенный нами x в уравнение $3x-\sqrt{x-2}-16=0$. Получим уравнение

$3(t^2+2)-t-16=0$,

$3t^2+6-t-16=0$,

$3t^2-t-10=0$. (Отметим, что $\sqrt{x-2}\geq 0$. Значит $t\geq 0$)

Таким образом исходное уравнение $3x-\sqrt{x-2}-16=0$ можно записать в виде $3t^2-t-10=0$

[1]

(b) Решите уравнение $3x-\sqrt{x-2}-16=0$.

Решение. Воспользуемся уравнением, выведенным в пункте а) для решения уравнения $3x-\sqrt{x-2}-16=0$.

Решим квадратное уравнение $3t^2-t-10=0$:

$3t^2-t-10=0$,

$D=b^2-4ac$,

$D=1-4\cdot 3\cdot(-10)=121=11^2$,

$t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$,

$t_1=\frac{1-11}{6}=-\frac{10}{6}=-\frac{5}{3}$,

$t_2=\frac{1+11}{6}=\frac{12}{6}=2$,

$t_1=-\frac{5}{3}$ является посторонним корнем, т.к. $t\geq 0$ (из пункта а)).

Перейдем к замене:

$\sqrt{x-2}=t_2$,

$\sqrt{x-2}=2$,

$x-2=4$,

$x=6$.

Ответ: $x=6$

[4]

17 **(a)** Найдите количество различных перестановок букв в слове **«ФИЗИКА»**.

Решение. В слове „физика" 6 букв, значит $n=6$.
Буква „И" повторяется 2 раза, отсюда $n_1=2$
Буква „Ф" – 1 раз $n_2=1$,
Буква „З" – 1 раз $n_3=1$,
Буква „К" – 1 раз $n_4=1$,
Буква „А" – 1 раз $n_5=1$.
Следовательно $n_1+n_2+n_3+n_4+n_5=2+1+1+1+1=6$

$$P(2,1,1,1,1)=\frac{6!}{2!\cdot1!\cdot1!\cdot1!\cdot1!}=\frac{\cancel{2!}\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6}{\cancel{2!}}=120\cdot3=360$$

Ответ: 360

[2] ✓

(b) Найдите количество различных перестановок букв в слове **«ФИЗИКА»**, в которых две буквы **И** стоят рядом.

Решение. Обозначим 2 буквы „И", стоящие рядом, за одну букву. Тогда необходимо найти число перестановок букв в слове из „5"-ти букв.
Число перестановок равно:

$$P_{„ии"}=5!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$$

Ответ: 120

[2] ✓

(c) Порядок букв в слове **«ФИЗИКА»** выбирается случайным образом. Найдите вероятность того, что две буквы **И** будут стоять рядом.

Решение. Вероятность по определению – число благоприятных исходов на число всех исходов. Используя данное определение и следующую формулу, получим:

$$P=\frac{P_{„ии"}}{P(2,1,1,1,1)}=\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$$

Ответ: $\frac{1}{3}$

[1] ✓

18 Даны 10 карточек. На шести из них указана цифра 1, на трёх – цифра 2, на одной – цифра 3.
Из них случайным образом выбираются две карточки.

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3

(a) Найдите вероятность того, что обе карточки окажутся с цифрой 1.

Решение. Используем умножения вероятностей

$P(A)$ - вероятность того, что 1ой карточкой будет 1,

$P(B)$ - вероятность того, что 2ая карточка окажется тоже с цифрой 1,

$P(A) = \frac{m_1}{n_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$,

$P(B) = \frac{m_2}{n_2} = \frac{5}{9}$,

$P(C)$ - вероятность того, что обе карточки окажутся с цифрой 1,

$P(C) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3 \cdot 5}{9 \cdot 5} = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\frac{1}{3}$ [2]

(b) Найдите вероятность того, что обе карточки окажутся с одинаковыми цифрами.

Решение. Пусть $P(H)$ - вероятность того, что 1ой карточкой выпадет карточка с цифрой 2,

$P(H) = \frac{m}{n} = \frac{3}{10}$,

$P(E)$ - вероятность того, что 2ая карточка окажется с цифрой 2,

$P(E) = \frac{m}{n} = \frac{2}{9}$,

$P(R)$ - вероятность того, что обе карточки окажутся с цифрой 2,

$P(R) = P(H) \cdot P(E) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$,

$P(T)$ - вероятность того, что обе карточки окажутся с одинаковыми цифрами,

$P(T) = P(R) + P(C) = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

В ходе решения использовали свойства сложения и умножения вероятностей [2]

Ответ: $\frac{2}{5}$

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} 5^{x+y} = 125, \\ 3^x + 3^y = 12. \end{cases}$

Решение. Решим систему уравнений методом подстановки. Для этого выразим x из уравнения $5^{x+y} = 125$. При решении используем свойства чисел в n-ной степени:

$5^{x+y} = 125,$

$5^{x+y} = 5^3$; т.к. основания одинаковы, значения степеней тоже равны:

$x + y = 3,$

$x = 3 - y.$

Подставим выведенное значение x в уравнение $3^x + 3^y = 12$:

$3^{3-y} + 3^y = 12,$

$\frac{3^3}{3^y} + 3^y = 12,$

$\frac{27}{3^y} + 3^y = 12.$ Выходит: $\begin{cases} 5^{x+y} = 125 \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x+y} = 5^3 \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ x = 3 - y \\ 3^{3-y} + 3^y = 12 \end{cases}$

Произведем замену. Пусть $3^y = a$:

$\frac{27}{a} + a = 12.$

Приведем к общему знаменателю:

$\frac{27 + a^2}{a} = \frac{12a}{a}.$

Знаменатели равны, тогда и числители равны между собой:

$27 + a^2 = 12a,$

$a^2 - 12a + 27 = 0.$

Решаем квадратное уравнение по теореме обратной теореме Виета:

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 12 \\ a_1 \cdot a_2 = 27. \end{cases}$ Отсюда $a_1 = 3,$ $a_2 = 9.$

Тогда $3^{y_1} = a_1,$
$3^{y_2} = a_2.$

Следовательно $3^{y_1} = 3^1$ и $3^{y_2} = 9,$
$y_1 = 1.$ $3^{y_2} = 3^2,$
$y_2 = 2.$

Найдем значение $x = 3 - y$:

$x_1 = 3 - y_1,$ $x_2 = 3 - y_2,$

$x_1 = 3 - 1,$ $x_2 = 3 - 2,$

$x_1 = 2,$ $x_2 = 1.$

Окончательное решение системы: $(2; 1)$ и $(1; 2)$

[5]

Ответ: $(2; 1)$ и $(1; 2)$

20 Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0$.

Решение. Каждое слагаемое в левой части уравнения относительно $\sin x$ и $\cos x$ второй степени, а правая часть равна 0. Следовательно данное уравнение — однородное уравнение второй степени относительно $\sin x$ и $\cos x$.

Решим однородное уравнение. Разделим обе части на $\cos^2 x \neq 0$ (Это верное утверждение $\cos^2 x \neq 0$. В противном случае $\cos^2 x = 0$ и $\sin^2 x = 1$, чего быть не может, уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0$ не удовлетворяется). В ходе деления получим:

$$\frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sin x\cos x}{\cos^2 x} - \frac{5\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0,$$

$$2\operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 5 = 0.$$

Обозначим $\operatorname{tg} x$ через t. Получим квадратное уравнение:

$2t^2 - 3t - 5 = 0,$

$D = b^2 - 4ac = 9 + 4\cdot 2\cdot 5 = 49 = 7^2,$

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$

$t_1 = \frac{3-7}{4} = -1,$

$t_2 = \frac{3+7}{4} = 2{,}5.$

Используя подстановку $\operatorname{tg} x = t$, найдем x:

$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} x = -1, \\ \operatorname{tg} x = 2{,}5. \end{array}\right.$

Тогда $\left[\begin{array}{l} x = \operatorname{arctg}(-1) + \pi n,\ n \in Z, \\ x = \operatorname{arctg}(2{,}5) + \pi k,\ k \in Z, \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z, \\ x = \operatorname{arctg} 2{,}5 + \pi k,\ k \in Z. \end{array}\right.$

Ответ: $\{-\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z;\ \operatorname{arctg} 2{,}5 + \pi k,\ k \in Z\}$

[5]

21 Дана функция $y = x^4 - 6x^2 + 3x - 2$.

(a) Найдите промежутки выпуклости и вогнутости функции.

Решение. $x \in R$ (область определения функции)

Найдем производную второго порядка y''.

$y'' = (x^4 - 6x^2 + 3x - 2)'' = (4x^3 - 12x + 3)' = 12x^2 - 12$. Исследуем знак производной y'' в отдельных промежутках, на которые найденные точки $y'' = 0$ делят область определения функции: $12x^2 - 12 = 0$,

$12x^2 = 12,$

$x^2 = 1,$

$x = \pm 1.$

Пусть $x = -2 \Rightarrow y''(-2) = 12\cdot 4 - 12 = 3\cdot 12 = 36 > 0$ (+) (Промежуток $(-\infty; -1)$ − положителен),

Пусть $x = 0 \Rightarrow y''(0) = 12\cdot 0^2 - 12 = -12 < 0$ (−) (Промежуток $(-1; 1)$ − отрицателен),

Пусть $x = 2 \Rightarrow y''(2) = 36 > 0$ (+) (Промежуток $(1; +\infty)$ − положителен).

Видим, что $y'' > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Значит график обращен выпуклостью вниз, то есть вогнут, а $y'' < 0$ при $x \in (-1; 1)$ график обращен выпуклостью вверх, т.е. функция выпукла.

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$, функция вогнута
$x \in (-1; 1)$ функция выпукла

[6]

(b) Найдите координаты точек перегиба функции.

Решение. Точки перегиба $x=-1$, $x=1$ (из пункта a) точки, в которых $y''=0$). Найдем координаты точек перегиба функции.

$y(-1)=(-1)^4-6\cdot(-1)^2-3\cdot1-2=1-6-3-2=-10$

$y(1)=1^4-6\cdot1^2+3\cdot1-2=1-6+3-2=-4$

Ответ: $(-1;-10)$ и $(1;-4)$ координаты точек перегиба [2]

22 Ускорение движения материальной точки по координатной прямой задаётся уравнением $a(t)=12t-2$, где t – время (с), a – ускорение (м/с^2).

(a) Найдите уравнение скорости движения данной точки $v(t)$, если в начальный момент времени скорость равна 3 м/с.

Решение. Определим уравнение скорости движения с помощью интеграла.

Применим формулу $v(t)=\int(a(t))dt$

Тогда $v(t)=\int(12t-2)dt=\frac{12t^2}{2}-2t+C=6t^2-2t+C$

Из условия: $v(0)=3$. Следовательно $6\cdot0^2-2\cdot0+C=3$

$C=3$

Тогда уравнение скорости движения $v(t)=6t^2-2t+3$ (м/с)

Ответ: $v(t)=6t^2-2t+3$ (м/с)

[3]

(b) Найдите уравнение движения $s(t)$, если $s(0)=1$.

Решение. Определим уравнение движения $S(t)$ с помощью интеграла.

Применим формулу $S(t)=\int(v(t))dt$

Тогда $S(t)=\int(6t^2-2t+3)dt=\frac{6t^3}{3}-\frac{2t^2}{2}+3t+C=2t^3-t^2+3t+C$

Из условия: $S(0)=1$. Следовательно $S(t)=2\cdot0^3-0^2+3\cdot0+C=1$

$C=1$

Тогда из уравнения скорости движения находим уравнение движения $S(t)$:

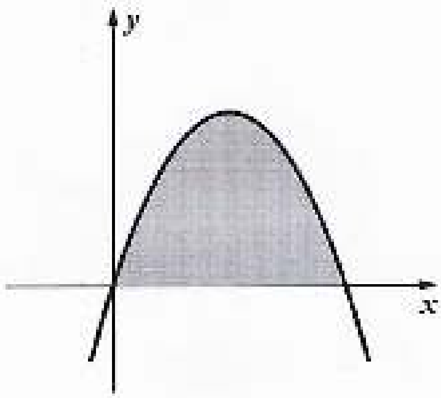
$S(t)=2t^3-t^2+3t+1$ (м)

$S(t)=2t^3-t^2+3t+1$ (м)

Ответ: $S(t)=2t^3-t^2+3t+1$ (м)

[3]

23 На рисунке изображена фигура, ограниченная кривой $y = 3x - x^2$ и осью Ox.



(a) Найдите абсциссы точек пересечения кривой с осью Ox.

Решение. Найдем абсциссы точек пересечения кривой с осью Ox. $y=0$

$3x - x^2 = 0,$

$x(3-x) = 0,$

$x = 0$ или $x = 3$

$x = 0$, $x = 3$ – абсциссы точек пересечения кривой с осью Ox.

Ответ: $x = 0$, $x = 3$ [1]

(b) Найдите объём тела, полученного вращением фигуры вокруг оси Ox.

Решение. Объем тела, полученного вращением фигуры вокруг оси Ox находится по формуле:

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx$$

Находим объем тела полученного вращением данной нам фигуры.

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 6x^3 + 9x^2) dx =$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + \frac{9x^3}{3}\right)\Big|_0^3 = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{2} + 3x^3\right)\Big|_0^3 =$$

$$= \pi \left(\frac{243}{5} - \frac{243}{2} + 81 - 0\right) = \pi \left(\frac{486 - 1215 + 810}{10}\right) = \pi \left(\frac{1296 - 1215}{10}\right) =$$

$$= \frac{81}{10}\pi = 8{,}1\pi \text{ ед}^3$$

Ответ: $8{,}1\pi$ ед^3

60 баллов
5 (отлично)

[6]

Изотова Т.

1. E	6. C	11. E
2. C	7. D	12. A
3. E	8. ~~A~~ E	13. D
4. C	9. ~~A~~ A	14. B
5. B	10. A	15. D

(1) $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ $\quad z = a + bi$

$|z| = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

(2) $\dfrac{x^{\frac{3}{2}} \cdot x}{\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}+1-\frac{1}{2}} = \underline{\underline{x^{\frac{5}{2}}}}$

(3) $E(x) = y$ $\quad \cos x = 1 \Rightarrow y = 2 - 3 = -1$

$\cos x = -1 \Rightarrow y = 2 + 3 = 5$

$y \in [-1; 5]$

(4) $i^{-22} = \dfrac{1}{i^{22}} = \dfrac{1}{(i^2)^{11}} = \left| i^2 = -1 \right| = \dfrac{1}{(-1)^{11}} = \dfrac{1}{-1} = -1$

(5) Однородный $\quad 7x^4 + 3x^3y - xy^3 + 4x^2y^2$ (B)

(6) $2x^4 - 5x^3 + ax^2 + 6x - 8 = 0$ $\quad x = 2$

$2 \cdot 16 - 5 \cdot 8 + 4a + 12 - 8 = 0$

$32 - 40 + 4a + 4 = 0$

$4a = 40 - 32 - 4 = 4$

$a = 1$

(7) $\begin{cases} \log_2 x > -3 & (1) \\ \log_3 x \le 2 & (2) \end{cases}$ $\rightarrow$ (1) $\log_2 x > -3$

$x > 2^{-3}$

$x > \frac{1}{8}$

ОДЗ
$x > 0$

(2) $\log_3 x \le 2$

$x \le 9$

$x \in (\frac{1}{8}; 9]$

8. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{2\operatorname{tg} x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x \cdot 6x}{\underbrace{6x}_{\to 1} \cdot 2 \underbrace{\operatorname{tg} x}_{\to 1}} = 3$

9. $(1, 1)$
$(-2, 0)$ A) $1 = \log_4 4$ верно
$\cancel{-2 = \log_4 0}$
$\log_4 1 = 0$

10. $\sqrt[5]{3-x} < -2$

$3 - x < (-2)^5$
$3 - x < -32$
$-x < -35$
$x > 35$

11. $x = 3$ $A = 3 - 2i$
$y = -2$

12. $M(x) = 0 \cdot 0{,}2 + 2 \cdot 0{,}1 + 4 \cdot 0{,}4 + 5 \cdot 0{,}3 =$

$= 0 + 0{,}2 + 1{,}6 + 1{,}5 = 1{,}2 + 1{,}5 = 3{,}3$

13. $x = 5$
$y = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x+8}{x-5} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{2x}{x} + \overbrace{\frac{8}{x}}^{\to 0}}{\frac{x}{x} - \underbrace{\frac{5}{x}}_{\to 0}} = \lim \frac{2}{1} = 2$
при подстановке $x \to \infty$
$y = 2$

14. $y = x^5 + \sin x$

15. ~~$f(x)$~~ $f(x) = \frac{6}{x}$ $g(x) = \sqrt{4 - x}$ $h(x) = \log_3 x$

$f(h(x)) = \frac{6}{\log_3 x}$
$g(f(h(x))) = \sqrt{4 - \frac{6}{\log_3 x}}$

Изатова Т.

Часть В

(16) Дано ур-ие $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$

Решение: $\longrightarrow$ Доказательство – ?

а) Покажем, что ур-ие $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$ можно записать в виде $3t^2 - t - 10 = 0$, используя замену $\sqrt{x-2} = t$

~~Выведем~~ разим x из ур-ия $\sqrt{x-2} = t$:

$\sqrt{x-2} = t$;

$x - 2 = t^2$;

$x = t^2 + 2$

Отметим, что $\sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow t \geq 0$

Подставим выведенный нами x в данное изначально ур-ие. Получим

$3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$

$3(t^2+2) - t - 16 = 0$

$3t^2 + 6 - t - 16 = 0$

$3t^2 - t - 10 = 0$

Этим доказано то, что первоначальное уравнение возможно представить в виде $3t^2 - t - 10 = 0$

Решение.

б) Решите ур-ие $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$ восп-ся пункта а

Решим данное ур-ие через t

Кв-ое ур-ие

$3t^2 - t - 10 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot (-10) = 121$

$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{1 - 11}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$

$t_2 = \frac{1+11}{6} = \frac{12}{6} = 2$

Перейдём к замене

Так как $t \geq 0$, то $t_1 = -1\frac{2}{3}$ – посторонний корень

Тогда $t = 2$

Произведем обратную подстановку

$\sqrt{x-2} = t$,

$\sqrt{x-2} = 2$,

$x - 2 = 4$,

$x = 6$.

Ответ: $x = 6$

(17) а) Найти к-во (разл.-ых) перестановок букв в слове „ФИЗИКА"

Решение-

Всего в слове ФИЗИКА 6 букв, если бы все они были разными то число перестановок в слове из этих букв было бы равным

$P_{разл} = 6! = 720$

Но в слове ФИЗИКА повт-ся буква „И" 2 раза, тогда число перестановок будет равным:

$$P_{решение} = \frac{P_{разл}}{2!} = \frac{6!}{2!} = \frac{\cancel{2!}\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{\cancel{2!}} = 360$$

Ответ: 360

Решение. Пусть буква и символ это одно и то же

b) Обозначим 2 буквы „И" стоящие рядом за 1 символ / одну букву. Тогда необходимо будет найти число перестановок букв в слове из 5 букв/символов.

Число перестановок равно:

$$P_{ии} = 5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$$

Ответ: 120

(Используя определение n! факториала)

Решение:

c) Вероятность по определению — число благоприятных исходов на число всех исходов. Используя данное определение и следующую формулу, получим:

$$P = \frac{P_{ии}}{P_{повтор}} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3} = \cancel{0{,}33}$$

Ответ: $\frac{1}{3}$

(18) пока пропустим.

Изотова Т.

(11) $x = 3$
$y = -2$

(12) $M(x)$

(13)

(16) $c \geq 0$ Обязательно

(15) Решим относительно c

(17) Перестановки

(с) В ~~кругових~~ урновых

(18) 6 − 1
3 − 2 → 2 к.
1 − 3

$\frac{3}{10} \cdot \frac{6}{10}$

(19) 2 с − 1

6 к с з 1 10

$\frac{6}{10}$

(20) Однородное ур-ие. Делим на однород. ф-ию не равн. 0 сначала

(21) 2ая производная
2ая ур-ие $= 0$

(22) Раз-ся ...

(23) Асим. $y = 0$

$V = \pi \int (y(x))^2 dx$

(26) (18) с

Б 3
1) 0003 ...

2) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2 \operatorname{tg} x} \cdot \frac{6x}{6x}$

Заменим $\frac{x}{\operatorname{tg} x}$ 1

(23) $y = 3x - x^2$

$y = 0$

$$810 + 486 = 1296 \qquad 27 \times 3 = 81, \quad 81 \times 3 = 243$$

а) Найдем абсцисс точки пересечения кривой с осью Ox

$3^3 = 27$

$3^4 = 81$

$3^5 =$

$$243 \times 5 = 1215, \quad 1215 + 810 = 2025$$

Для их нахождения возьмем $y = 0$. Тогда:

$3x - x^2 = 0$,

$x(3 - x) = 0$,

$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

Ответ. $x_1 = 0$, $x_2 = 3$

б) Объем тела, полученного вращением ~~[illegible]~~ фигуры вокруг оси Ox находится по формуле:

$$V = \pi \int_{x_1}^{x_2} (y(x))^2 dx$$

Решаем, используя определенный интеграл

Находим объем ~~[illegible]~~ тела вращения данной нам фигуры

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \int_0^3 (x^4 - 6x^3 + 9x^2) dx =$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + \frac{9x^3}{3} \right) \Bigg|_0^3 = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{3 \cdot x^4}{2} + 3x^3 \right) \Bigg|_0^3 =$$

$$= \pi \left(\frac{243}{5} - \frac{243}{2} + 81 - 0 \right) = \pi \left(\frac{486 - 1215 + 810}{10} \right) = \pi \left(\frac{1296 - 1215}{10} \right) =$$

$$= \pi \left(\frac{81}{10} \right) = 8{,}1\pi \text{ ед}^3$$

Ответ: $8{,}1\pi$ ед^3

№ a) 1ый $\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{30}{100}=\frac{3}{10}=0{,}3$

b) $\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{10}=\frac{3}{10}$

$\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{10}=\frac{6}{100}$

$\frac{3}{10}\cdot\frac{6}{100}=\frac{18}{1000}=0{,}018$

или $\frac{3}{10}+\frac{6}{100}=\frac{36}{100}=$

№ a) $\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}=\frac{30}{90}=\frac{1}{3}=0{,}36$

b) $\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$

1ый 2 2ой 2 2 раза 2

4

(19) Реши систему ур-ий $\begin{cases} 5^{x+y} = 125 & (1) \\ 3^{x} + 3^{y} = 12 & (2) \end{cases}$

Решение.

~~Найдем решение каждого из ур-ий~~

Решим ~~первое~~ систему уравнений методом подстановки. Для этого выразим x из уравнения (1). При решении используем свойства чисел в n-ной степени:

$5^{x+y} = 125;$

$5^{x+y} = 5^{3};$

т.к. основания одинаковы, значения степеней равны:

$x+y = 3;$

$x = 3-y.$ (3)

Подставим выведенное значение x в уравнение (2):

$3^{x} + 3^{y} = 12;$

$3^{3-y} + 3^{y} = 12$

$3^{3} : 3^{y} + 3^{y} = 12$ ~~Найдем~~ общий знаменатель:

$\cancel{\frac{3^{3}}{3^{y}} + \frac{3^{y}}{1} = \frac{12}{1}}$ Произведем замену. Положим Пусть $3^{y} = a;$

$\frac{3^{3}}{a} + a = 12.$ Найдем общий знаменатель:

$\frac{27}{a} + \frac{a}{1} = \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{27 + a^{2}}{a} = \frac{12a}{a};$ Т.к. знаменатели равны, то и числители равны

$\cancel{\frac{a^{2} - 12a + 27}{a} = 0}$

$27 + a^{2} = 12a$

$a^{2} - 12a + 27 = 0$ Решим кв-ое ур-ие по теореме обр. т. Виета

$\begin{cases} a_1 + a_2 = 12 \\ a_1 \cdot a_2 = 27 \end{cases}$ Откуда $a_1 = 3;$ $a_2 = 9.$

Окончат-ое реш-ие сист-мы:

Тогда $3^{y_1} = a_1$ $\qquad 3^{y_2} = a_2$

$3^{y_1} = 3^{1}$ $\qquad 3^{y_2} = 9$

$\qquad 3^{y_2} = 3^{2}$

Основания равны, приравниваем степени

$y_1 = 1$ $\qquad y_2 = 2$

Найдем значение $\cancel{y = 3}$ $x = 3-y$

Из ур-ия (3) $x_1 = 3-y_1$ и $x_2 = 3-y_2$

$x_1 = 2$ $\qquad x_2 = 1$

значит $(2;1)$ $(1;2)$

Значит решениями будут: $(2;1)$, $(1;2)$

(20) Реши уравнение $2\sin^2x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2x = 0$

Реш-ие

Данное уравнение – однородное

Разделим обе части ур-ия на $\cos^2x$ (При условии, что $\cos^2x \neq 0$). Необходимо проверить это.

Пусть $\cos^2x = 0$, тогда из основных тригонометрических свойств $\sin^2x = 1 - \cos^2x = 1$

Подставим в ур-ие $2 - 0 - 0 \neq 0$

$2 \neq 0$

Неверно. Из этого следует, что $\cos^2x \neq 0$.

$$2\sin^2x - 3\sin x\cdot\cos x - 5\cos^2x = 0 \quad /:\cos^2x$$

$$2\frac{\sin^2x}{\cos^2x} - \frac{3\sin x\cdot\cos x}{\cos^2x} - 5\frac{\cos^2x}{\cos^2x} = 0$$

$$2tg^2x - 3tgx - 5 = 0$$

Совершим замену. Пусть $tgx = t$. Тогда:

$$2t^2 - 3t - 5 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 9 + 4\cdot2\cdot5 = 49 = 7^2$$

$$t_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{3-7}{4} = -\frac{4}{4} = -1$$

$$t_2 = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

Отсюда $\begin{cases} tgx = -1 \\ tgx = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = arctg(-1) + \pi n; & n \in Z \\ x = arctg(\frac{5}{2}) + \pi n; & n \in Z \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n & n \in Z \\ x = arctg(\frac{5}{2}) + \pi n & n \in Z \end{cases}$$

Ответ:

(21) $y = x^4 - 6x^2 + 3x - 2$

Решение

а) 1) $x \in (-\infty; +\infty)$

2) $y' = 4x^3 - 12x + 3$

3) $y'' = 12x^2 - 12$

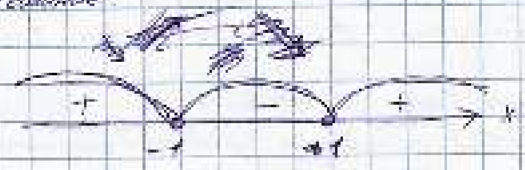
4) $y'' = 0$

$12x^2 - 12 = 0$

$12x^2 = 12$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$



Найдем значения на каждом промежутке

Пусть $x = -2 \Rightarrow y''(-2) = 12 \cdot 4 - 12 = 3 \cdot 12 = 36 > 0$ (+)

Пусть $x = 0 \Rightarrow y''(0) = 12 \cdot 0^2 - 12 = -12 < 0$ (−)

Пусть $x = 2 \Rightarrow y''(2) = 36 > 0$ (+)

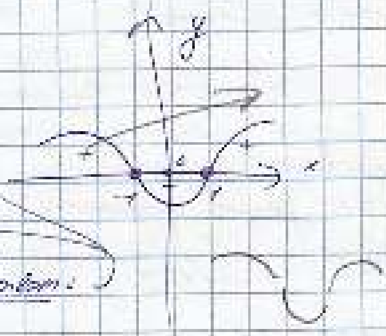
Промежутки ~~выпуклости~~ вогнут

$x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Промежутки ~~вогнутости~~ выпукл:

$x \in [-1; 1]$

Ответ:



б) Координаты точек перегиба:

Решение

Из пункта (а) ~~мы~~ известны ~~наши~~ значения координаты x в точках перегиба

$x_1 = -1$

$x_2 = 1$

Найдем зн-ие y

$y_1 = x_1^4 - 6 \cdot x_1^2 + 3 \cdot x_1 - 2 =$

$= 1 - 6 - 3 - 2 = \underline{-10}$

$y_2 = x_2^4 - 6 \cdot x_2^2 + 3 \cdot x_2 - 2 =$

$= 1 - 6 + 3 - 2 = -4$

Координаты точек перегиба

$(-1; -10)$

$(1; -4)$

Ответ:

(21) $a(t) = 12t - 2$

(а) Найдем ур-ие скорости дв-ия точки. В начальный момент времени ~~в~~ скорость равна 3 м/с ($v(0) = 3$ м/с)

Рассмотрев физический смысл интегрирования, выводим, что интеграл уравнения ускорения равен уравнению скорости

Тогда $v(t) = \int a(t) = \int (12t - 2)dx = \frac{12t^2}{2} - 2t + C =$

$= 6t^2 - 2t + C$

Из условия $v(0) = 3 \Rightarrow$ $6 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + C = 3$

$0 - 0 + C = 3$

$C = 3$

Уравнение скорости: $v(t) = 6t^2 - 2t + 3$

Ответ:

(б) Найдем решение ур-ие движения $S(t)$, если $S(0) = 1$. Также, учитывая рассмотрев физ-ий смысл производной, интеграл ур-ия скорости равен уравнению движения

$S(t) = \int v(t) = \int (6t^2 - 2t + 3)dx = \frac{6t^3}{3} - \frac{2t^2}{2} + 3t + C =$

$= 2t^3 - t^2 + 3t + C$

$S(0) = 1$ $\quad 2 \cdot 0^3 - 0^2 + 3 \cdot 0 + C = 1$

$C = 1$

Ур-ие движения:

$S(t) = 2t^3 - t^2 + 3t + 1$

Ответ:

$v(t) = \int a(t)dt$

Проверочный лист

Фамилия, имя ученика	Кемелова Динара Оразбаевна
Район (город), школа	КГУ ОСШ ШОД №4 «Болашак»
Баллы	60 б
Оценка (прописью)	5 (отлично)
Рецензия	Работа выполнена в полном объеме, в решениях даны развернутые ответы.
Фамилия,имя,отчество проверяющего учителя	Молдахметова Сауле Есимбековна

Место печати

Экзаменационный материал итоговой аттестации
Предмет: Алгебра и начала анализа
Направление: естественно-математическое по обновлённому содержанию образования
Название организации образования: КГУ ОСШЮД №4 „Болашак"
Класс: 11 **Литер:** А
ФИО обучающегося: Жасенова Динара Оразбаевна

Часть А

На каждый вопрос даны пять вариантов ответа: **A, B, C, D** и **E**. Выберите **один** правильный ответ, поставив галочку (✓) в соответствующей ячейке.

1 Найдите модуль комплексного числа $5-2i$.

A) 3
B) 7
C) $\sqrt{14}$
D) $\sqrt{21}$
E) $\sqrt{29}$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☑ **[1]** 1б

2 Упростите выражение $\dfrac{x^{\frac{1}{3}}\cdot x}{\sqrt{x}}$.

A) $x^{\frac{1}{6}}$
B) $x^{\frac{2}{3}}$
C) $x^{\frac{5}{6}}$
D) $x^{\frac{7}{6}}$
E) $x^{\frac{4}{3}}$

A ☐ **B** ☐ **C** ☑ **D** ☐ **E** ☐ **[1]** 1б

3 Найдите множество значений функции $y=2-3\cos x$.

A) $[-5;5]$
B) $[-5;1]$
C) $[-3;3]$
D) $[-1;1]$
E) $[-1;5]$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☑ **[1]** 1б

4 Вычислите i^{-22}.

A) -22
B) $-i$
C) -1
D) 1
E) i

A ☐ **B** ☐ **C** ☑ **D** ☐ **E** ☐ [1] 1б

5 Выберите однородный многочлен.

A) $-6x^3+11x^2y-5xy^2+12$
B) $7x^4+3x^3y-xy^3+4x^2y^2$
C) $-xy^2-x^2y+6y^2+x^2$
D) $x^3-7xy^2-7yx^2+y^3$
E) $x^3-7x^2y^2+2xy^4$

A ☐ **B** ☑ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ [1] 1б

6 Известно, что $x_0=2$ является корнем многочлена $P(x)=2x^4-5x^3+ax^2+6x-8$. Найдите значение a.

A) -13
B) -3
C) 1
D) $2,5$
E) 5

A ☐ **B** ☐ **C** ☑ **D** ☐ **E** ☐ [1] 1б

7 Решите систему неравенств $\begin{cases}\log_2 x > -3,\\ \log_3 x \le 2.\end{cases}$

A) $(-8;9]$
B) $(-6;6]$
C) $\left(\frac{1}{8};6\right]$
D) $\left(\frac{1}{8};9\right]$
E) $\left(\frac{1}{6};6\right]$

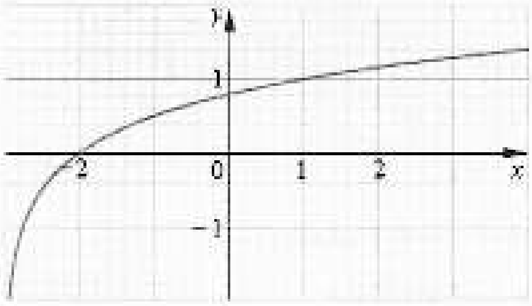
A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ [1] 1б

8 Вычислите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{2\operatorname{tg} x}$.

A) $\dfrac{1}{3}$
B) $\dfrac{1}{2}$
C) 0
D) 2
E) 3

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** √ **[1]**

9 График какой функции показан на рисунке?



A) $y=\log_4(x+3)$
B) $y=\log_4(x-3)$
C) $y=\log_2(x+3)$
D) $y=\log_2 x-1$
E) $y=\log_2(x-3)$

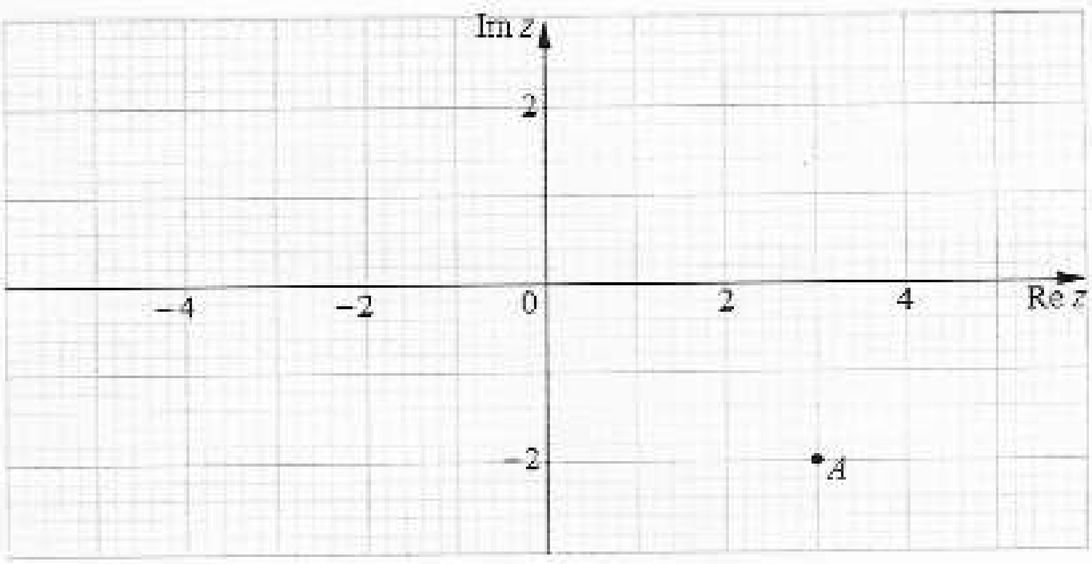
A √ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ **[1]**

10 Решите неравенство $\sqrt[5]{3-x}<-2$.

A) $(35;+\infty)$
B) $(29;+\infty)$
C) $(13;+\infty)$
D) $(-\infty;-29)$
E) $(-\infty;-35)$

A √ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ **[1]**

11 Какое число соответствует точке A на комплексной плоскости?



A) $-3+2i$
B) $-3-2i$
C) $-2+3i$
D) $2-3i$
E) $3-2i$

A ☐ B ☐ C ☐ D ☐ E ☑ [1]

12 Дано распределение дискретной случайной величины X.

X	0	2	4	5
p	0,2	0,1	0,4	0,3

Вычислите математическое ожидание данной случайной величины.

A) 3,3
B) 3,5
C) 2,75
D) 0,71
E) 0,51

A ☑ B ☐ C ☐ D ☐ E ☐ [1]

13 Найдите асимптоты графика функции $y = \dfrac{2x+8}{x-5}$.

A) $x = -5;\ y = -4$
B) $x = -4;\ y = 2$
C) $x = -4;\ y = 5$
D) $x = 5;\ y = 2$
E) $x = 5;\ y = -4$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ **[1]** 1б

14 Укажите нечётную функцию.

A) $y = x^3 - \cos 2x$
B) $y = x^5 + \sin x$
C) $y = x^4 \cos x$
D) $y = x^7 + 3x^3$
E) $y = 4^x - \operatorname{tg} x$

A ☐ **B** ☑ **C** ☐ **D** ☐ **E** ☐ **[1]** 1б

15 Даны функции: $f(x) = \dfrac{6}{x}$; $g(x) = \sqrt{4-x}$; $h(x) = \log_3 x$.
Укажите композицию $g(f(h(x)))$.

A) $g(f(h(x))) = \log_3 \dfrac{6}{\sqrt{4-x}}$
B) $g(f(h(x))) = \log_3 \sqrt{4 - \dfrac{6}{x}}$
C) $g(f(h(x))) = \sqrt{4 - \log_3 \dfrac{6}{x}}$
D) $g(f(h(x))) = \sqrt{4 - \dfrac{6}{\log_3 x}}$
E) $g(f(h(x))) = \dfrac{6}{\sqrt{4 - \log_3 x}}$

A ☐ **B** ☐ **C** ☐ **D** ☑ **E** ☐ **[1]** 1б

Часть B

Задания этой части требуют полное решение и ответ.

16 Дано уравнение $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$.

(a) Используя замену $\sqrt{x-2} = t$ покажите, что данное уравнение можно записать в виде $3t^2 - t - 10 = 0$.

Решение. Найдем ОДЗ переменной $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2$. Следовательно, $x \in [2; +\infty)$, $t \geq 0$. Возведем обе части уравнения $\sqrt{x-2} = t$ в квадрат и получаем $x - 2 = t^2$, $x = t^2 + 2$. Подставим в уравнение $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$ вместо $x = t^2+2$, тогда получим уравнение:

$3(t^2+2) - t - 16 = 0,$

$3t^2 + \underline{6} - t - \underline{16} = 0,$

$3t^2 - t - 10 = 0.$

Так, исходное уравнение $3x - \sqrt{x-2} - 16$ можно записать в виде $3t^2 - t - 10 = 0$.

[1] 1б

(b) Решите уравнение $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$.

Решение. Чтобы решить данное уравнение, воспользуемся уравнением $3t^2 - t - 10 = 0$ полученного в пункте (a).

$3t^2 - t - 10 = 0.$

Решаем квадратное уравнение используя дискриминант.

$D = b^2 - 4ac = 1 - 4(-10) \cdot 3 = 121 = 11^2$, получим корни

$t_{1/2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \Rightarrow t_1 = \dfrac{1-11}{6} = -\dfrac{10}{6} = -\dfrac{5}{3}$

$t_2 = \dfrac{1+11}{6} = \dfrac{12}{6} = 2$

$t_1 = -\frac{5}{3}$ - является посторонним корнем, т.к. $t \geq 0$.

Перейдем к замене $x = t^2 + 2$, имеем $x = 2^2 + 2 = 6$

Ответ: $x = 6$.

[4] 4б

17 (a) Найдите количество различных перестановок букв в слове **«ФИЗИКА»**.

Решение. В этом слове 6 букв, значит $n = 6$.
Буква „И" повторяется в 2 раза, значит $n_1 = 2$.
Буква „Ф" - 1 раз $n_2 = 1$.
„З" - 1 раз $n_3 = 1$
„К" - 1 раз $n_4 = 1$.
„А" - 1 раз $n_5 = 1$.
Тогда $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 2+1+1+1+1 = 6$
$P(2,1,1,1,1) = \frac{6!}{2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} = \frac{\cancel{2!}\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{\cancel{2!}} = 12\cdot 30 = 360$.

Ответ: 360.

[2] 2б

(b) Найдите количество различных перестановок букв в слове **«ФИЗИКА»**, в которых две буквы **И** стоят рядом.

Решение: Обозначим 2 буквы „И" стоящие рядом за 1 букву. Значит, нам нужно найти число перестановок букв в слове из 5 букв.
Число перестановок равно:
$P_{„И"} = 5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 6\cdot 20 = 120$.

Ответ: 120.

[2] 2б

(c) Порядок букв в слове **«ФИЗИКА»** выбирается случайным образом. Найдите вероятность того, что две буквы **И** будут стоять рядом.

Решение:
Вероятность - это число благоприятных исходов на число всех исходов. Используя знания о вероятности и формулу получим:

$P = \frac{P_{„ИИ"}}{P_{„физика"}} = \frac{12\cancel{0}}{36\cancel{0}} = \frac{1}{3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$.

[1] 1б

18 Даны 10 карточек. На шести из них указана цифра 1, на трёх – цифра 2, на одной – цифра 3.
Из них случайным образом выбираются две карточки.

1	1	1	1	1	1	2	2	2	3

(a) Найдите вероятность того, что обе карточки окажутся с цифрой 1.

Решение!

$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$; используя определение из предыдущего задания о вероятности получим!

$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{5}{9}$

$P(C) = \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{\cancel{9}_3} = \frac{1}{3}$

$P(C) = P(A) \cdot P(B)$, – используя знания о вероятности, где $P(A)$ – вероятность того, что 1-ой карточки будет 1

$P(B)$ – вероятность того, что 2-ая карточка будет с цифрой 1.

Ответ: $\frac{1}{3}$ [2] 2б

(b) Найдите вероятность того, что обе карточки окажутся с одинаковыми цифрами.

Решение: $P(D) = P(E) \cdot P(F)$, где $P(E)$ – вероятность карточки кот будет 2

$P(F)$ – вероятность 2-ой карточки будет 2

$P(D)$ – вероятность того, что в 2 раза карточка будет ~~с одинаковыми цифрами~~

$P(D) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$

$P(M) = P(C) + P(D)$, где $P(C)$ – вероятность того, что карточка окажется с цифрой 1.

$P(M) = \frac{\overset{5}{1}}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$ $P(M)$ – вероятность того, что карточка будет с одинаковыми цифрами

[2] 2б

Ответ: $\frac{2}{5}$

19 Решите систему уравнений $\begin{cases} 5^{x+y}=125, \\ 3^x+3^y=12. \end{cases}$

Решение: $\begin{cases} 5^{x+y}=125, \\ 3^x+3^y=12. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x+y}=5^3, \\ 3^x+3^y=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ 3^x+3^y=12. \end{cases}$

Для решения системы уравнений, выразим x через y, тогда получим: в первом уравнении системы $x=3-y$. Подставим во второе уравнение системы выражение x, имеем:

$3^{3-y}+3^y=12$, $\frac{3^3}{3^y}+3^y=12$, $\frac{3^3+3^{2y}-12\cdot3^y}{3^y}=0$, где $3^y\neq0$. (3)

$3^{2y}-12\cdot3^y+27=0$. Обозначим $3^y=a$, где $a>0$. Тогда показательное уравнение (3) примет вид:

$a^2-12a+27=0$. Решаем квадратное уравнение:

$D=b^2-4ac=144-4\cdot27\cdot1=144-108=36=6^2$,

$a_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $a_1=\frac{12-6}{2}=3$; $a_2=\frac{18}{2}=9$.

Получаем два уравнения:

1) $3^y=a_1$ и 2) $3^y=a_2$

$3^y=3$ $3^y=9$

$y=1$ и $3^y=3^2$

$y=2$.

Далее найдем значение $x=3-y$.

При $y=1$.   При $y=2$

$x=3-1$ $x=3-2$

$x=2$. $x=1$.

Окончательное решение системы: $(1;2)$ и $(2;1)$

Ответ: $(1;2)$ и $(2;1)$.

[5] 5б

20 Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0$.

Решение:

Каждое слагаемое в левой части уравнения относительно $\sin x$ и $\cos x$ второй степени, а правая часть равна 0. Значит, это однородное уравнение второй степени относительно $\sin x$ и $\cos x$.

Для решения данного уравнения, разделим обе части уравнения на $\cos^2 x \neq 0$. Получим равносильное ему уравнение: $\frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{3\sin x\cos x}{\cos^2 x} - 5\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$,

$2tg^2 x - 3tg x - 5 = 0$. $\cos x \neq 0$, в противном случае и $\sin x = 0$, и $\cos x = 0$, а этого быть не может, т.к. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ выполняется тригонометрическое тождество. Выразим $tg x$ через a тогда получим алгебраическое уравнение $2a^2 - 3a - 5 = 0$. Решаем квадратное уравнение:

$D = b^2 - 4ac = 9 - 4\cdot(-5)\cdot 2 = 49$ $a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$,

$a_1 = \frac{3-7}{4} = -1$ и $a_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5$

Используя подстановку $tg x = a$, найдем x,

$\left[\begin{array}{l} tg x = -1, \\ tg x = 2,5 \end{array}\right.$ Тогда $\left[\begin{array}{l} x = arctg(-1) + \pi n, n \in Z \\ x = arctg\frac{5}{2} + \pi k, k \in Z \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z \\ x = arctg\frac{5}{2} + \pi k, k \in Z \end{array}\right.$ [5]

Ответ: $\left\{-\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z;\ arctg\frac{5}{2} + \pi k, k \in Z\right\}$ 5б

21 Дана функция $y = x^4 - 6x^2 + 3x - 2$.

(а) Найдите промежутки выпуклости и вогнутости функции.

Решение. $y = x^4 - 6x^2 + 3x - 2$

$D(y) = (-\infty; +\infty)$

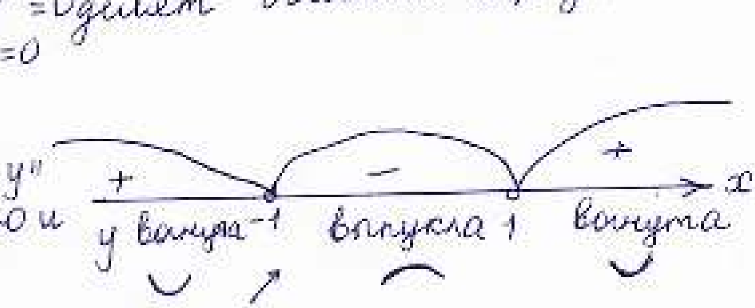
Найдем производную второго порядка y''.

$y'' = ((x^4 - 6x^2 + 3x - 2)')' = (4x^3 - 12x + 3)' = 12x^2 - 12$. Исследуем знак y'' производной в числовых промежутках, на которые найденные точки $y''=0$ делят область определения функции: $12x^2 - 12 = 0$

$12x^2 = 12$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$.



Строим числовую прямую и находим значение на каждом промежутке.

Пусть: $x = 2$, тогда $y'' = 12\cdot 4 - 12 = 36 (+) > 0$

$x = 0$, тогда $y'' = 12\cdot 0 - 12 = -12 (-) < 0$

$x = -2$, тогда $y'' = 12\cdot 4 - 12 = 36 (+) > 0$

Видим, что $y'' > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Значит график обращен выпуклостью вниз, т.е. вогнута, а $y'' < 0$ при $x \in (-1; 1)$, график обращен выпуклостью вверх, т.е. выпукла. Ответ: при $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ вогнута, при $x \in (-1; 1)$ функция выпукла. [6] 6б

(b) Найдите координаты точек перегиба функции.

Решение:

Точки перегиба $x_1 = -1$ и $x_2 = 1$ (точки в которых $y'' = 0$).

Найдем координаты точек перегиба функции.

$y(-1) = -10$ $(y(-1) = 1 - 6 \cdot 1 - 3 - 2 = -8 - 2 = -10)$

$y(1) = -4 \Rightarrow (y(1) = 1 - 6 + 3 - 2 = -2 - 2 = -4)$

Ответ: $(-1; -10)$ и $(1; -4)$ координаты точек перегиба.

[2] 2б

22 Ускорение движения материальной точки по координатной прямой задаётся уравнением $a(t) = 12t - 2$, где t – время (с), a – ускорение (м/с^2).

(a) Найдите уравнение скорости движения данной точки $v(t)$, если в начальный момент времени скорость равна 3 м/с.

Решение:

Т.к. начальный момент времени скорость равна $3 \frac{м}{с} \Rightarrow t = 0$.

Для определения уравнения скорости движения, воспользуемся интегралом:

$v(t) = \int (a(t))dt = \int (12t - 2)\,dt = \frac{\overset{6}{\cancel{12}}t^2}{\cancel{2}} - 2t + C = 6t^2 - 2t + C$

По условию $v(t_0) = 3 \frac{м}{с}$. Мы знаем, что $t = 0$, значит, найдем уравнение скорости движения:

$v(t) = 6t^2 - 2t + C = 3 \frac{м}{с} \Rightarrow 6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + C = 3 \Rightarrow C = 3$.

Тогда уравнение примет вид:

$v(t) = 6t^2 - 2t + 3$.

Ответ: $v(t) = 6t^2 - 2t + 3 \left(\frac{м}{с}\right)$.

[3] 3б

(b) Найдите уравнение движения $s(t)$, если $s(0) = 1$.

Зная, уравнение скорости движения, найдем уравнение движения, по условию задачи при $t = 0, S = 1$.

$S(t) = \int (v(t))dt = \int (6t^2 - 2t + 3)\,dt = \frac{6t^3}{3} - \frac{2t^2}{2} + 3t + C = 2t^3 - t^2 + 3t + C$.

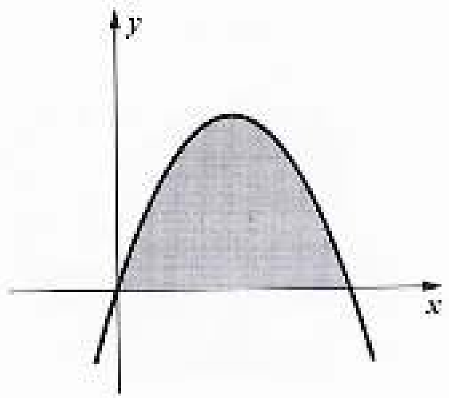
$S(0) = 1$, найдем уравнение движения при $t = 0$:

$S(0) = 2 \cdot 0^3 - 0^2 + 3 \cdot 0 + C = 1м \Rightarrow C = 1$. Тогда уравнение движения примет вид

$S(t) = 2t^3 - t^2 + 3t + 1$ Ответ: $S(t) = 2t^3 - t^2 + 3t + 1 (м)$.

[3] 3б

23 На рисунке изображена фигура, ограниченная кривой $y = 3x - x^2$ и осью Ox.



(a) Найдите абсциссы точек пересечения кривой с осью Ox.

Решение: $y = 3x - x^2$, $y = 0$ (т.к. ось Ox).

Приравняем:

$3x - x^2 = 0$

$x(3 - x) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 3 - x = 0 \end{array}\right.$ или $x = 3$ $\Rightarrow$ $x = 0$ или $x = 3$.

$x = 0$ и $x = 3$ – абсцисса точек пересечения кривой с осью Ox.

[1] 1б.

(b) Найдите объём тела, полученного вращением фигуры вокруг оси Ox.

Решение:

Объем тела вращения находится по формуле:

$V = \pi\int_a^b y^2\,dx$, $b = 3$, $a = 0$.

$V = \pi\int_0^3 (3x - x^2)^2\,dx = \pi\int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4)\,dx = \pi\left(\frac{\cancel{9}^{3} x^3}{\cancel{3}} - \frac{\cancel{6}^{3} x^4}{\cancel{4}_{2}} + \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^3 =$

$= \pi\cdot\left(3^4 - \frac{3^5}{2} + \frac{3^5}{5} - 3\cdot 0 + \frac{3\cdot 0}{2} - \frac{0}{5}\right) =$

$= \pi\left(\left(81 - \frac{243}{2} + \frac{243}{5}\right) - 0\right) = \pi\cdot\left(81 - 121\frac{1}{2} + 48\frac{3}{5}\right) =$

$= \pi\cdot\left(-40\frac{1}{2} + 48\frac{3}{5}\right) = \left(48\frac{3}{5} - 40\frac{1}{2}\right)\pi = \left(8\,\frac{6-5}{10}\right)\pi = 8\frac{1}{10}\pi$.

Ответ: $V = 8\frac{1}{10}\cdot\pi = \frac{81}{10}\pi$ куб. ед.

[6] 6б.

60б.

5 (отлично)

Жанова Динара

Часть А

1. $5-2i = \sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

Ответ: Е

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n : a^m = a^{n-m}$

2. $\dfrac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x}{\sqrt{x}} = \dfrac{x^{\frac{4}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}} =$

$= x^{\frac{4}{3}-\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{6}}$ C

3. $y = 2 - 3\cos x$

ОДЗ: $-1 \le \cos x \le 1$.

$\cos x = 1 \Rightarrow y = 2-3 = -1$. $y \in [-1; 5]$.

$\cos x = -1 \Rightarrow y = 2+3 = 5$.

$i^2 = -1$.

4. $i^{-22} = (i^{-11})^2 = (i^2)^{-11} = (-1)^{-11} = -1$ Ответ: С

5. $7x^4 + 3x^{3+1}y - xy^{1+3} + 4x^{2+2}y^4 = 7x^4 + 3(xy)^4 - (xy)^4 + 4(xy)^4$

однородный многочлен - все показатели равны

Ответ: В.

6. $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + ax^2 + 6x - 8 = 0$

$x_0 = 2$

$P(2) = 2 \cdot 16 - 5 \cdot 8 + ax^2 + 6 \cdot 2 - 8 = 0$.

$32 - 40 + ax^2 + 12 - 8 = 0$

$ax^2 = 4$

$a \cdot 4 = 4$ Ответ: С.

$a = 1$.

7. $\begin{cases} \log_2 x > -3 \\ \log_3 x \le 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_2 x > \log_2 \frac{1}{8} \quad ОДЗ: x > 0 \\ \log_3 x \le \log_3 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{8} \\ x \le 9 \end{cases}$

$x \in \left(\frac{1}{8}; 9\right]$

Ответ: D

8. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{2\,tg x} = \left(\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x \cdot x}{2\,tg x \cdot x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x \cdot x \cdot 6x}{2x \cdot 6x} \right)$

$= \left(6x \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x \cdot x}{2\,tg x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{2 \cdot (6x)} \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x}{2 \cdot 6x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{2} \right)$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 6x \cdot 6x}{6x \cdot 2\,tg x} = 3$ Ответ: E 3.

9. точки пересечения: $(-2;0)$; $(1;1)$; $(-1;\frac{1}{2})$

1) $y = \log_4(x+3) = \log_4(-2+3) = \log_4 1 = 0$.

2) $y = \log_4(1+3) = \log_4 4 = 1$.

3) $y = \log_4(-1+3) = \log_4 2 = \frac{1}{2}$ Ответ: A

10. $\sqrt[5]{3-x} < -2$.

$3 - x < (-2)^5$

$3 - x < -32$

$-x < -32 - 3$

$x > 35$ Ответ: A

$x \in (35; +\infty)$

11. т. $A(3; -2)$ $\Rightarrow 3 - 2i$ E

12. $M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$.

$M(x) = 0 + 0{,}2 + 1{,}6 + 1{,}5 = 3{,}3$. Ответ: A.

13. $y = \frac{2x+8}{x-5}$

Вертикальная (x): $x \neq 5$.

$\lim\limits_{x\to 5} \frac{2x+8}{x-5} = \lim\limits_{x\to 5} \frac{x(2+\frac{8}{x})}{x(1-\frac{5}{x})} = \lim\limits_{x\to 5} \frac{2+\frac{8}{5}}{1-\frac{5}{5}}$

$= X = 5$.

Касенова Динара

19. $\begin{cases} 5^{x+y} = 125, \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5^{x+y} = 5^3 \\ 3^x + 3^y = 12 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 3^x + 3^y = 12. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 3^x + 3^y = 12. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3^{3-y} + 3^y = 12. \\ \frac{3^3}{3^y} + 3^y = 12. \end{cases}$

$\frac{27}{3^y} + 3^y = 12 \,|\cdot a$ Пусть $3^y = a$.

$\frac{27}{a} + a = 12 \,|\cdot a$

$a^2 - 12a + 27 = 0.$

$D = 144 - 4 \cdot 27 = 36$

$a_1 = \frac{12-6}{2} = 3 \quad a_2 = 9.$

1) $a_1 = 3^y = 3$ $\quad a_2 = 3^y = 9$ $\quad$ Ответ: $(1, 2), (2, 1)$

$y_1 = 1 \quad y_2 = 2.$

2) $x = 3 - y$ $\quad$ 2) $x = 3 - 2$

$x = 3 - 1 \quad x = 1.$

$x = 2$

20. $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x - 5\cos^2 x = 0 \,|: \cos^2 x \neq 0$

при $\cos x = 0 \Rightarrow$ ~~$2\sin^2 x$~~ $2 - 0 - 0 = 2 \neq 0.$ $\quad x \in [-1; 1]$

$2tg^2 x - 3\frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} - 5 = 0.$

$2tg^2 x - 3tg\, x - 5 = 0.$

ОДЗ. $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z.$

Пусть $tg x = t$, тогда:

$2t^2 - 3t - 5 = 0.$

$D = 9 + 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49$

$t_1 = \frac{3-7}{4} = -1 \quad t_2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5.$

1) $tg\,x = -1 \Rightarrow x = arctg(-1) + \pi k$, 2) $tg\,x = 2{,}5$

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ $\qquad$ $x = arctg\,2{,}5 + \pi n, n \in Z$

Ответ: $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $arctg\frac{5}{2} + \pi n$, $k, n \in Z$.

21. $y = x^4 - 6x^2 + 3x - 2$.

$x \in R$.

$y' = 4x^3 - 12x + 3$.

$x \in R$

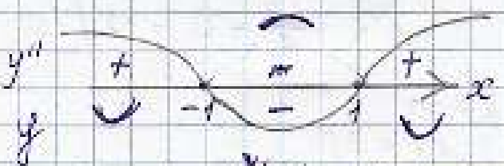
$y'' = 12x^2 - 12$.

$y'' = 0$

$12x^2 = 12$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$.



точки перегиба -1 и 1. $\Rightarrow y(-1) = \cancel{12 + 12 = 0}\ -10$

$y(1) = \cancel{12 - 12 = 0}\ -4$

$y'' > 0$ при $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ – выпукл. вниз.

$y'' < 0$ при $x \in [-1; 1]$ – ~~вогнут.~~ выпукл. вверх.

Ответ: $\cancel{(-1; 0); (1; 0)}$ $(-1; -10)$; $(1; -4)$

22. $t = 0$ – нач-ый момент времени

$v(t) = \int a(t) = \int (12t - 2)dt = \frac{12t^2}{2} - 2t + C = 6t^2 - 2t + C$.

$v(t) = 3\,\frac{м}{с}$

при $t = 0$.

$v(0) = 6 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + C = 3\,\frac{м}{с}$.

$C = 3$.

$v(t) = 6t^2 - 2t + 3$. – ур-ие скорости дв-ия

$S(t) = \int v(t) = \int (6t^2 - 2t + 3)dt = \frac{6t^3}{3} - \frac{2t^2}{2} + 3t + C =$

$= 2t^3 - t^2 + 3t + C.$

$S(0) = 1 \Rightarrow t = 0.$ $S(t)$.

$S(0) = 2\cdot 0 - 0 + 3\cdot 0 + C = 1$ м

$C = \underline{1}.$

$S(t) = 2t^3 - t^2 + 3t + 1$ – ур-ие дв-ия.

23. $y = 3x - x^2$. ось OX ; $x = 0 \Rightarrow y = 0$

$3x - x^2 = 0.$

$x(3 - x) = 0.$

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ 3 - x = 0 \quad x = 3. \end{array}\right.$$

в) $V = \pi \int_a^b (y^2) dx \Rightarrow V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx =$

$= \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{9\cdot x^3}{3} - \frac{6x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 =$

$= \pi \cdot \left(3x^3 - \frac{3x^4}{2} + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 = \pi \cdot \left(3^4 - \frac{3^5}{2} + \frac{3^5}{5} - 3\cdot 0 + \frac{3\cdot 0}{2} + \frac{0}{5} \right) =$

$= \pi \cdot \left(81 - \frac{243}{2} + \frac{243}{5} \right) = \pi \left(81 - 121\frac{1}{2} + 48\frac{3}{5} \right) =$

$81 - \left(121\frac{1}{2} - 81\right) = -40\frac{1}{2}$ $= \pi\left(-40\frac{1}{2} + 48\frac{3}{5}\right) = 48\frac{3}{5} - 40\frac{1}{2} =$

$= 8\frac{6-5}{10} = 8\frac{1}{10} = \frac{81}{10} = 8\frac{1}{10}\pi$

$V = \pi \cdot \frac{81}{10} =$ Ответ: $V = \frac{81\pi}{10}$ куб. ед.

$8\frac{1}{10}\pi =$

горизонтальная: $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x+8}{x-5} = y$, $y = 2$

$\Downarrow$

Ответ $x = 5$, $y = 2$ (A)

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{2x}{x} + \frac{8}{x}\to 0}{\frac{x}{x} - \frac{5}{x}\to 0} = \frac{2}{1} = 2$

14. $y = x^5 + \sin x$

$y(-1) = (-1)^5 - \sin x = -1 - \sin x$

Ответ (B)

15. $g(f(h(x)))$

$f(h(x)) = \frac{6}{\log_3 x}$

$g(f(h(x)) = \sqrt{4 - \frac{6}{\log_3 x}}$ Ответ: D

Часть B

16. $3x - \sqrt{x-2} - 16 = 0$

3) $\sqrt{x-2} = t$. ОДЗ: $t \geq 0$.

$x - 2 = t^2$

$x = t^2 + 2$.

Подставляем в ур-ие:

$3(t^2+2) - t - 16 = 0$.

$3t^2 + 6 - t - 16 = 0$

$3t^2 - t - 10 = 0$.

Решаем квадратное ур-ие: $D = b^2 - 4ac$; $t_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$D = 1 + 4 \cdot 10 \cdot 3 = 121$

$t_1 = \frac{1-11}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$; $t_2 = \frac{12}{6} = 2$.

$t_1 = -\frac{5}{3} \notin$ ОДЗ т.к $t \geq 0$

$\sqrt{x-2} = 2$

$x - 2 = 4$ Ответ: $x = 6$

$x = 6$.

17. а). Т.к. в слове „физика" 6 букв, различных перестановок будет 6!

$P = n! \Rightarrow P = 6! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6 = 720.$

Т.к. буква „и" повторяется $\frac{720}{2} = 360.$

Ответ: 360.

$P(2,1,1,1,1) = \frac{6!}{2!\cdot1!\cdot1!\cdot1!\cdot1!} = 12\cdot30 = 360$

б)

„И" стоящие рядом считаем за 1.
Тогда число перестановок 5

$P = n! = 5! = 1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5 = 120.$

Ответ: 120.

с) $p = \frac{P_{иаи}}{P_{физика}} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ Ответ: $\frac{1}{3}$.

18. 1 – 6; 2 – 3; 3 – 1

а) всего карточек с цифрой 1 шесть.
Вероятность – это отношение благоприятных чисел на общее количество

$\frac{\cancel{6}^{2}}{_{2}\cancel{10}}\cdot\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

б) $P(D) = P(E)\cdot P(F) = \frac{1}{15}$

$P(M) = P(C) + P(D) = \frac{^{5/}1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4$

Ответ: 0,4.