

Задача 1

mat-001

Дано:

(a, b, c) являющаяся хорошей тройкой, если $(b^2 - ac) \vdots 9$.

Можно ли расставить по кругу числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 так чтобы любая подряд идущая тройка была хорошей?

Решение: Нет
потому что если возьмем любые числа для примера:

$$\begin{aligned} a &= 1 & (1^2 - 1 \cdot 3) &= (4 - 3) = 1 \\ b &= 2 & 1 &\nmid 9 \\ c &= 3 \end{aligned}$$

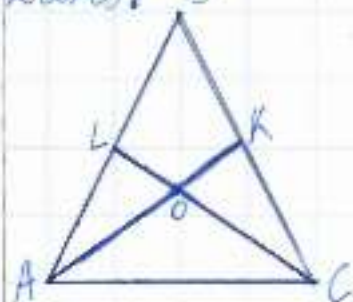
или

$$\begin{aligned} a &= 3 & (3^2 - 3 \cdot 6) &= 64 - 18 = 44 \\ b &= 6 & 44 &\nmid 9 \\ c &= 6 \end{aligned}$$

Ответ: Нельзя

Задача 2

Дано: В



Может ли $\angle AOC$ оказаться острым?

Решение:

$\angle AOC$ не может быть острым потому что боковые стороны треугольника не сойдутся.

Например:

$$\triangle KML; \angle MKL = 80^\circ$$

KF — биссектриса

LC — биссектриса

O — перескающая точка

Можно представить

$$\angle KOL = 80^\circ \text{ (острый)}$$

Т.к. в треугольнике имеет сумму всех углов 180.



mat-001

Зная чему равен угол $\angle MKL$, мы можем сказать что угол $\angle OKL$ равен 40° . Из этого мы составим уравнение:

$$10^\circ + 80^\circ + x = 180^\circ \quad x = \angle KLO = 60^\circ$$

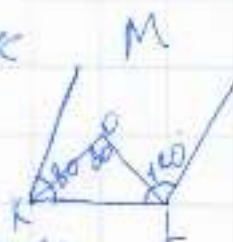
$$120^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

Исходя из этого мы можем предположить что угол $\angle KLM = 120^\circ$.

А значит это внешний треугольник не существует.



Ответ: $\angle AOC$ не может быть острым.

Задача 3

$$\begin{cases} abcd - ab = 2021^{2022} \\ abcd - bc = 22021^{2022} \\ abcd - cd = 222021^{2022} \\ abcd - da = 2222021^{2022} \end{cases}$$

Если a, b, c, d представлять 5, 7, 20, 100.

То выйдет

$$2021 - 21 = 2000$$

либо возьмем большие

числа и тогда мало вероятно что так получится.

Решения нет т.к

$$abcd_1 \neq abcd_2 \neq abcd_3 \neq abcd_4$$

$abcd$ не могут иметь одно значение в четырех сразу уравнениях, числа будут разные.

1. Задача.

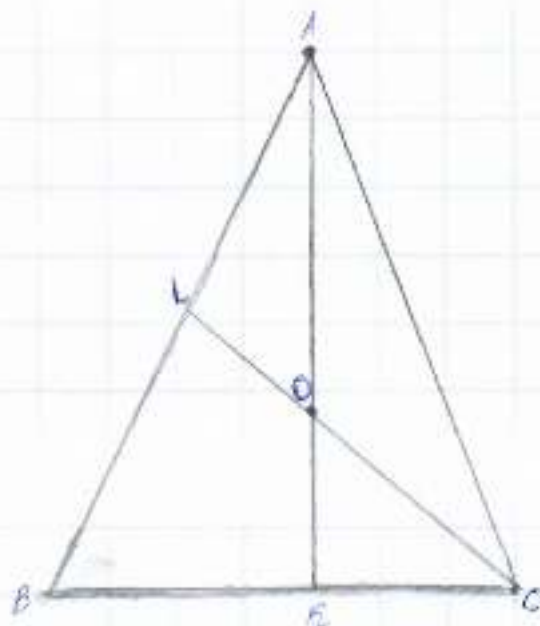
mat-002

$$(3^2 - 45)$$

$$(6^2 - 0.5) = (3^2 - 45) = (9 - 45) = -36 : 9 = -4$$

пайыз сәйкесіне қоса пайыздың өсімі болса жақсы
т.к. егер бұл не пайыздың

2. Задача:



Не острый

$\angle AOC$ - нәтиже оңайырақ острый

3. Задача

$$\begin{cases} abcd - ab = 2014^{2022} \\ abcd - ab = 22028^{2022} \\ abcd - cd = 222021^{2022} \\ abcd - da = 2222021^{2022} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 \cdot 2014 = 20140 \\ 2014 - 10 = 2014 - 10 \\ 22016 - 33 = 22016 - 33 \\ 222099 - 78 = 222021^{2022} \\ 2222086 - 65 = 222021^{2022} \end{cases}$$

1. Жауабы: $b^2 - ac$ mat-003 $MAIDY$.

(a, b, c) - үш натурал сан

$(b^2 - ac) : 9$ - жақсы аталады.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

a b c

1, 2, 3

$(b^2 - ac) : 9 = (2^2 - 1 \cdot 3) : 9 = (4 - 3) : 9 = 1 : 9 \neq$

a b c
4; 5, 6 $\neq (b^2 - ac) : 9 = (5^2 - 4 \cdot 6) : 9 = (25 - 24) :$

$: 9 = 1 : 9 \neq$

a b c
7; 8; 1 $(b^2 - ac) : 9 = (8^2 - 7 \cdot 1) : 9 = (64 - 7) :$

$: 9 = 9 : 9 = 1$

2. Жауабы: жоқ

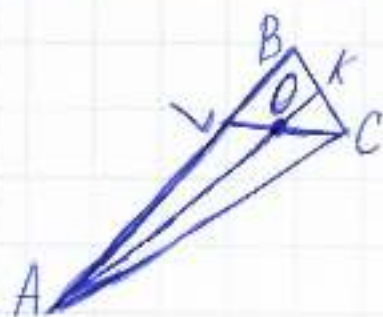
Бер: $\triangle ABC$

О н ү к т е с і н д е

AK, CL - бис-са

$\angle AOC$ - сүйір = ?

mat-003


 $\angle AOC - \angle OFA \rightarrow$

3.

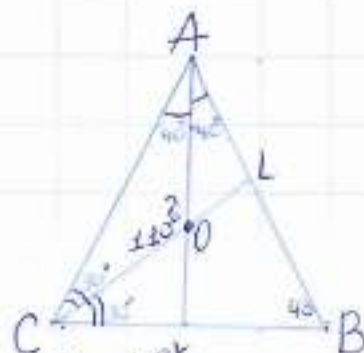
$$\begin{cases} a b c d - a b = \overset{a b c d}{2 0 2 2} \checkmark \\ a b c d - b c = \overset{a b c d}{2 2 0 2} \checkmark \\ a b c d - c d = \overset{a b c d}{2 2 2 0} \checkmark \\ a b c d - d a = \overset{a b c d}{2 2 2 0} \checkmark \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 21 + 221 + 2220 + 22202 = \\ & = 242 + 2220 + 22202 = 2462 + \\ & + 22202 = 24664 \end{aligned}$$

1

mat-004

2

Бер. $\triangle ABC$ AK, CL - бис-салар $AK, CL \perp O$ Т/К: $\angle AOC < 90^\circ$?Шешуі: егер $\angle A = 80^\circ$, $\angle C = 60^\circ$

$$\angle B = 180^\circ - (\angle C + \angle A) = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

$$\angle ACO = \frac{\angle C}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \text{ (бис-са)}$$

$$\angle CAO = \frac{\angle A}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ \text{ (бис-са)}$$

$$\angle AOC = 180^\circ - (\angle ACO + \angle CAO) = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ \Rightarrow$$

$$\angle AOC > 90^\circ \quad 110^\circ > 90^\circ$$

Жауабы: $110^\circ > 90^\circ$ (жоқ, $\angle AOC$ сүйір емес).

$$\frac{1}{9} (b^2 - ac) : 9$$

$$\frac{1}{9} \begin{matrix} a & b & c \\ 1 & 7 & 4 \end{matrix}$$

$$\frac{a & b & c}{5 & 8 & 2}$$

$$\frac{a & b & c}{1 & 5 & 7}$$

$$\frac{a & b & c}{1 & 4 & 7}$$

$$\frac{(49-4)}{9} = \frac{45}{9} = 5$$

$$\frac{(64-10)}{9} = \frac{54}{9} = 6$$

$$\frac{(25-7)}{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{(16-7)}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

Мауабы егер сандар қайталанса.

3

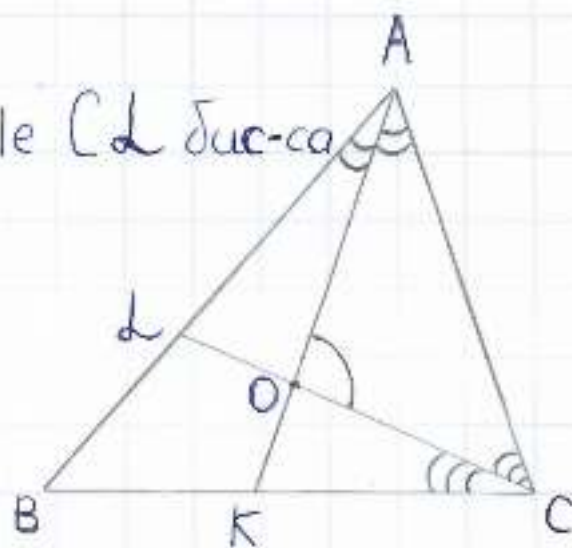
$$\begin{cases} abcd - ab = 2021^{2022} \\ abcd - bc = 22021^{2022} \\ abcd - cd = 222021^{2022} \\ abcd - da = 2222021^{2022} \end{cases}$$

1. mat-005

Жауабы: Кез-келген қатар тұрған үш сан жақсы болатындай 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, сандарын шеңбердің бойына жазып шығуға болмайды. Себебі: бізге 9 саны берілмеген.

2. Бер: $\triangle ABC$; AK және CL бис-са AK және $CL \cap O$ Сұрақ: $\angle AOC$ сүйір

болуы мүмкін бе?



Жауабы: $\angle AOC$ сүйір болуы мүмкін емес.

3.

$$abcd - ab = 2021^{2022}$$

$$abcd - bc = 22021^{2022}$$

$$abcd - cd = 222021^{2022}$$

$$abcd - da = 2222021^{2022}$$

$$ab(cd - 1) = 2021^{2022}$$

$$bc(ad - 1) = 22021^{2022}$$

$$cd(ab - 1) = 222021^{2022}$$

$$da(\mathbf{bc} - 1) = 2222021^{2022}$$

mat-006

1. Егер $a=3$; $b=6$; $c=3$ болса

$$b^2 - ac = 6^2 - 3 \cdot 3 = 36 - 9 = \underline{27}$$

$27 : 9 = 3$ яғни 27 - шоққан сан 9-ға бөлінеді.

Бұл сандарды - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... кез-келген

қанша тұрған сан маңса бәлмәлудай шеш-
берге қою мүмкін емес.

2. Егер:

$\triangle ABC$

AK ж/е CL - бис-ца

$$AK \cap CL \neq O$$

III/к: $\angle AVC < 90^\circ$ - бәла ма?

Шеші:

III: Егер AK бие-саяс $\angle BAC$ -дан түртізілсе, ал CL бие-саяс $\angle ACB$ н/с BCA -дан түртізілсе $\angle AOC > 90^\circ$ болады. Егер де CL $\angle ACB$ н/с $\angle BCA$ -дан және AK $\angle CAB$ н/с BAC -дан түртізілсе бұл жағдайда да $\angle AOC > 90^\circ$. Сондықтан $\angle AOC$ сүйір бұрыш мүмкін емес.

Жауабы: $\angle AOC > 90^\circ$. Сүйір бұрыш мүмкін емес.

$$3. a \cdot bc d - ab = 6021 - 4000 \cdot 2 = 2021 \quad \left. \begin{array}{l} \text{мәнін қай сөйлемге} \\ \text{шоттау мүмкін емес} \end{array} \right\}$$

$$a \cdot bc d - bc = 60021 - 38000 = 22021$$

$$a \cdot bc d - cd \neq a \cdot bc d - ab \neq a \cdot bc d - cd \neq a \cdot bc d - da \Rightarrow \text{бұл}$$

есептеудегі мен $a \cdot bc d$ мәні мүмкін емес, яғни бұл

сөз мен мәніндегі шоттау жауапқа сәйкес болмайды.

1. mat-007

Бер: $a b c \rightarrow b^2 - ac = ?$ $9 = V$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 - сандары

Сұрау:

Сандарды қалғандағы әр қатар үшін сан жаңы болуы мүмкін бе? Олардан дұрыс шешімдер шығады ма?

Шешім:

Берілген сандардың әр үшіншісі формулада сан тексеру қажет:

123, 124, 125, 126, 127, 128, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138 және т.б.

Барлық санды тексерсе көре, берілген сандардың шешімдер жасау мүмкін емес! Мысалы:

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 5 \quad 8 \\
 \times 2 \quad 4 \quad 4 \\
 \hline
 8 \quad 20 \quad 32 \\
 \hline
 64 \quad 40 \quad 32 \\
 \hline
 16 \quad 6 \quad 9 \\
 \hline
 36
 \end{array}$$

 $\Rightarrow$ 9-ға байлестіріп өрнек жаз.

Жауабы: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 сандарын қалғанда отырып, дұрыс шешімдер құрау мүмкін емес!

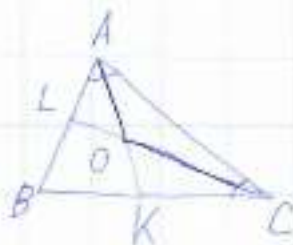
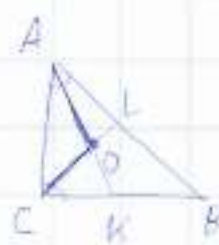
mat-007

2. Бер: $ABC \triangle$ AK, CL - биc-са.

Сұраc:

 $\angle AOC$ cүйір бұлу мүмкін бе?

Шешуі:

 $\angle AOC = \text{доғал}$  $\angle AOC = \text{доғал}$  $\angle AOC = \text{доғал}$  $\angle AOC = \text{доғал}$

Жауабы: Жоқ, мүмкін емес! Барлық жағдайда бұрыш cүйір емес, доғал.

3.

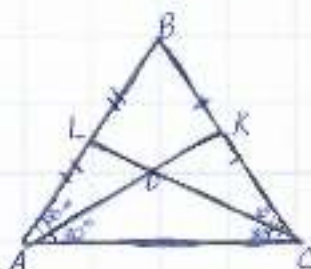
$$\begin{cases} abcd - ab = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{2021}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - bc = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{22021}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - cd = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{222021}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - da = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{2222021}} \overset{2022}{2022} \end{cases}$$

$$\begin{cases} abcd - ab = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{2022}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - bc = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{22022}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - cd = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{222022}} \overset{2022}{2022}, \\ abcd - da = \overset{\angle = 210^\circ 2}{\underset{\angle = 210^\circ 2}{2222022}} \overset{2022}{2022} \end{cases}$$

2. Бер: $\triangle ABC$

mat-008

AK, CL - бис-са

AK, CL $\cap$ DТ/к: $\angle AOC = 90^\circ$?Ш: Егер $\triangle ABC$ тең қабырғалы болса, онда $\angle ABC, \angle BAC, \angle BCA = 60^\circ$ AK, CL бис-са жерінен $\angle DAC, \angle DCA = 30^\circ \Rightarrow$

$$\angle AOC = 180^\circ - (\angle DAC + \angle DCA) = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$

Ж: $\angle AOC = 120^\circ, 120^\circ > 90^\circ$ (доғал бұрыш)

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad 2^2 - (1 \cdot 3) &= 4 - 3 = 1 : 9 = x \\ 3^2 - (2 \cdot 4) &= 9 - 8 = 1 : 9 = x \\ 4^2 - (3 \cdot 5) &= 16 - 15 = 1 : 9 = x \\ 5^2 - (4 \cdot 6) &= 25 - 24 = 1 : 9 = x \\ 6^2 - (5 \cdot 7) &= 36 - 35 = 1 : 9 = x \\ 7^2 - (6 \cdot 8) &= 49 - 48 = 1 : 9 = x \end{aligned} \right\}$$

бөлінбейді

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 сандарың шеңбердің бойына жаздып шығуға болмайды.

1. (a, b, c) таңда егер $(b^2 - ac) : 9$

mat-009

$$(1, 2, 3) \Rightarrow (4 - 3) = 1 : 9 \times$$

$$(2, 3, 4) \Rightarrow (9 - 8) = 1 : 9 \times$$

$$(3, 4, 5) \Rightarrow (16 - 15) = 1 : 9 \times$$

$$(4, 5, 6) \Rightarrow (25 - 24) = 1 : 9 \times$$

$$(5, 6, 7) \Rightarrow (36 - 35) = 1 : 9 \times$$

$$(6, 7, 8) \Rightarrow (49 - 48) = 1 : 9 \times$$

$$(7, 8, 9) \Rightarrow (64 - 63) = 1 : 9 \times$$

$$(8, 9, 10) \Rightarrow (81 - 80) = 1 : 9 \times$$

: (a, b, c) таңда емес.

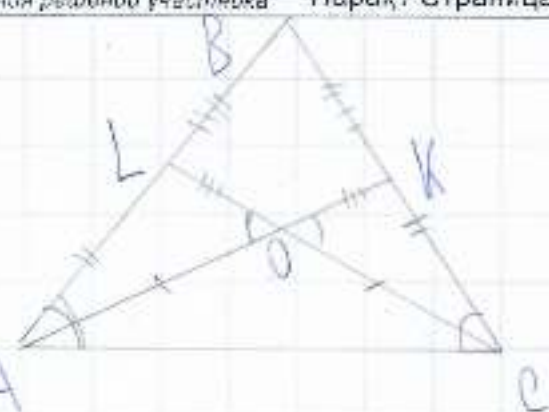
Маңызды! Болмайды!

2. Берілген $\triangle ABC$

mat-009

AK, CL - медиана

$$AK \perp CL = O$$



Табу керек: $\angle AOC$ - сүйір?

Шешуі: $\triangle ABC = 180^\circ$; AK, CL - медиана

$\Rightarrow AO = CO$; $AL = CK$. Медиана

$\angle A$ - мен $\angle C$ - біреуі $\Rightarrow \angle LAO = \angle OAC$;

$\angle KCO = \angle OCA$. $\triangle LOA = \triangle KOC$, себебі

$LO = KO$, және олардың барлық қабырғалары бірдей $\Rightarrow$

$$\angle A = \angle C; \angle K = \angle L.$$

$$\angle AOC = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle C \right).$$

$$KC = AL \Rightarrow KB = LB.$$

$$\text{Сонда } \angle B = 180^\circ - (\angle L + \angle K) = 180^\circ$$

$$-(60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

mat-009

$$\angle A = \angle C = (180^\circ - \angle B) : 2 = (180^\circ - 60^\circ) :$$

$$2 = 120^\circ : 2 = 60^\circ$$

$$\angle AOC = 180^\circ - \left(\frac{60^\circ}{2} \angle A + \frac{60^\circ}{2} \angle C \right) = 180^\circ -$$

$$-(60^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Жауап : $\angle AOC = 120^\circ$, және сүйір емес

$$\left\{ \begin{array}{l} abcd - ab = 2021^{2022} \\ abcd + bc = 22021^{2022} \\ abcd - cd = 222021^{2022} \\ abcd - da = 2222021^{2022} \end{array} \right.$$

mat-009

$$abcd \geq 2021; 22021, 222021, 2222021$$

$$bc \leq 22021 - 2021 = 20000$$

$$cd \leq 222021 - 2021 = 220000$$

$$da \leq 2222021 - 2021 = 2220000$$

$$ab > bc \quad bc > cd \quad cd > da$$

$$a > c \quad b > d \quad c > a$$

Маусым 9.

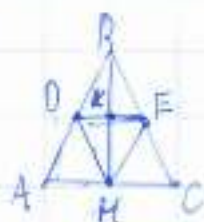
1) ~~Жет, негіз~~ ^{2 mat-010} ~~мақсат~~ ~~1 - (сұрақтарға жауап айт 2 до 10)~~

Жет, негіз мақсат при любой перестановке чисел ~~хорошо~~ ~~хороши~~ тройки будут на месте

2) Треугольник ABC не может быть равнобедренным так как он является остроугольным.

3)

2)



1. и. знаем что высота BH равна стороне BC так как $\triangle ABC$ равносторонний. Далее нам известно что $\triangle DBE$ равнобедренный.

2) и. можем поставить точку K в пересечении BH и DE и сказать что $BK = KH$, $DK = KE$. Далее мы сможем на формулу $S_D = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ и получим что $\triangle BDE = \triangle DEH$

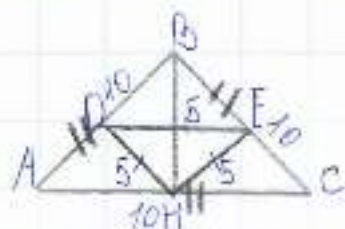
3) $BE = EC$, $HE = HC$ то есть $\triangle HEC = \triangle BED - \triangle DEH$

4) $\triangle AOH = \triangle HEC$ то есть все треугольники равносторонние а так как они равносторонние то $AB = BC = AC$

1. Нет, с помощью данных чисел невозможно составить такой круг

mat-012

2) ABC үшбұрышы теңбұрышты. CE және AD медианалары ABC үшбұрышының ортасынан кесіледі. Мысалы DEH сәт бағыты ABC 10 см бағыты.



1) Мың сәттегі 4,5,6 сандарын формуласымен санау ($6^2 - 0.5$) және 1 сәттегі шығару ($14^2 - 5.6 = 16$) $6^2 - 4.6 = 25 - 24 = 1$ арқылы 3 сәттегі 1 сәттегі шығару отырады. Ол жауап бағытында 1 11-22 бағытында.

$$3) \sqrt{5 \cdot 0 \cdot 0^{500} + 500^{500} + 600^{300} + 500^{600} + 21 \cdot 508 \cdot 2022}$$

$$5M^{600} + 5M^{500} + 5M^{600} + 5M^{500} + 222021 \cdot 2022 \cdot 2021 \cdot 2021$$

1 есеп:

mat-013

Хлоз, себебі:

$$a=1, b=2, c=3$$

$$a=2, b=3, c=4$$

$$a=3, b=4, c=5$$

$$a=4, b=5, c=6$$

$$a=5, b=6, c=7$$

$$a=6, b=7, c=8$$

$$a=7, b=8, c=9$$

$$a=8, b=9, c=10$$

$$4-3-1=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$9-2-4=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$16-3-5=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$25-4-6=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

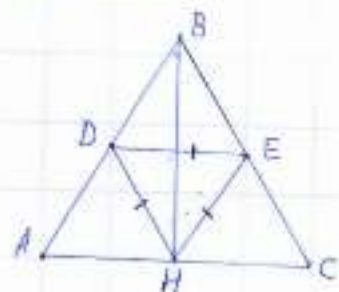
$$36-5-7=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$49-6-8=49-48=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$64-7-9=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

$$81-8-10=1 \text{ 11-ге байланысқан}$$

2 есеп:



BH - биіктік, медиана

$$DE \parallel AC$$

$$DE = \frac{1}{2} AC$$

$$EH \parallel AB$$

$$EH = \frac{1}{2} AB$$

$$DH \parallel BC$$

$DH = \frac{1}{2} BC$, егер $\triangle DEH$ теңбасыз болса,
 болса, $\triangle ABC$ да теңбасыз болады.